

فصل چهارم : مشتق

جملات درست را با (ص) و جملات نادرست را با (غ) مشخص کنید.

- ۱- مشتق توابع ثابت $y = k$ در هر نقطه دلتوازه برابر با صفر است. (.....)
- ۲- اگر تابع در هیچ همسایگی از نقطه $x = a$ تعریف نشده باشد، f در $x = a$ مشتق ناپذیر است. (.....)
- ۳- اگر تابع در $(a, f(a))$ دارای مماس افقی باشد، f در $x = a$ مشتق ناپذیر است. (.....)
- ۴- اگر تابع f در $x = a$ مشتق پذیر باشد، آن گاه در $x = a$ پیوسته است. (.....)
- ۵- اگر f در $x = a$ دارای مماس قائم باشد، در آن نقطه مشتق دارد. (.....)

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.

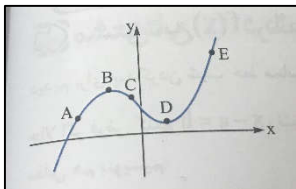
- ۱- شیب خط مماس بر منحنی تابع $y = x^2 - 1$ در نقطه ای به طول ۱ برابر است.
- ۲- شیب خط مماس بر منحنی $y = \sqrt{x}$ در نقطه ای به طول ۴ برابر است.
- ۳- تابع $y = \frac{1}{x}$ در $x = 0$ پیوسته و مشتق پذیر
- ۴- اگر تابع در $x = a$ پیوسته باشد، آن گاه تابع در $x = a$ لزوماً مشتق پذیر
- ۵- تابع f روی بازه $(a, b]$ مشتق پذیر است، هرگاه f در بازه (a, b) مشتق پذیر باشد و در نقطه b داشته باشد.
- ۶- تابع f روی بازه $[a, b]$ مشتق پذیر است، هرگاه f در بازه (a, b) مشتق پذیر باشد و در نقطه a و در نقطه b داشته باشد.
- ۷- آهنگ تغییر لفظه ای محیط دایره به شعاع r برابر می باشد.
- ۸- آهنگ لفظه ای تغییر تابع $f(x) = 2 \sin 2x$ نسبت به x در $x = \frac{\pi}{6}$ برابر می باشد.

به سوالات زیر پاسخ کامل دهید.

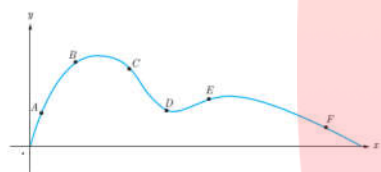
- ۱- معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = -x^2 + 10x$ را در نقطه $A(2, f(2))$ واقع بر نمودار تابع را بنویسید.
- ۲- معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = x^3 + 2$ را در نقطه $x = 1$ بنویسید.
- ۳- اگر $f(x) = \sqrt{x}$ ، معادله خط مماس بر منحنی f در نقطه $x = 9$ را بنویسید.
- ۴- اگر $f(x) = x^2 + 13$ باشد، $f'(1)$ را به کمک تعریف مشتق بدست آورید.

فصل چهارم : مشتق

۵- در نمودار مقابل اگر شیب نمودار در نقاط E و D و C و B و A را به ترتیب با m_1 و m_2 تا m_5 نشان دهید و m_1 تا m_5 را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.



۶- نقاط F و E و D و C و B و A را روی منحنی در نظر بگیرید و در مورد شیب منحنی در این نقاط کدام گزاره درست و کدامیک نادرست است؟



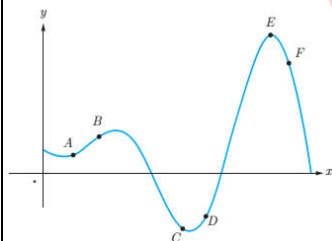
الف) شیب منحنی در همه این نقاط مثبت است.

ب) $m_A < m_B$

پ) $m_E < m_B < m_A$

ت) شیب منحنی در نقاط D, C, F منفی است.

ث) $m_F < m_D < m_C$



۷- با توجه به شکل زیر، نقطه مورد نظر را در هر حالت بنویسید.

الف) کدام نقطه، مشتق در آن صفر است؟

ب) کدام نقطه، مقدار تابع در آن منفی و مشتق آن مثبت است؟

پ) کدام نقطه، مقدار تابع در آن مثبت و مشتق آن منفی است؟

۸- مشتق تابع $f(x)$ را در نقطه $x = 0$ پیدا کنید و بگوئید چرا تابع در $x = 0$ مشتق پذیر نیست. و معادله های نیم مماس راست و

چپ تابع در $x = 0$ بنویسید.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & , x \geq 0 \\ 2x & , x < 0 \end{cases}$$

www.my-dars.ir

۹- مشتق پذیری تابع $f(x) = |x^2 - 1|$ را در $x = 1$ بررسی کنید و سپس نوع نقطه $x = 1$ را بگوئید.

فصل چهارم : مشتق

۱۰- مشتق پذیری تابع $f(x) = x|x - ۳|$ را در $x = ۳$ بررسی کنید و سپس نوع نقطه $x = ۳$ را بگویید.

۱۱- نشان دهید تابع $f(x)$ در نقطه $x = ۰$ مشتق پذیر نیست و سپس معادله نیم مماس چپ و راست تابع را در $x = ۰$ بنویسید.

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} + ۱, & x \geq ۰ \\ x^۲ + ۲, & x < ۰ \end{cases}$$

۱۲- مشتق پذیری تابع $f(x) = \sqrt[۳]{x - ۲}$ را در $x = ۲$ بررسی کنید و معادله خط مماس بر منحنی را در این نقطه بنویسید.

۱۳- با توجه به ضابطه $f(x)$ ، دامنه f' و f را مناسبه کنید و ضابطه f' را بدست آورید و نمودار f' و f را رسم کنید.

$$f(x) = \begin{cases} ۳, & x = ۲ \\ x^۲ + ۱, & x \neq ۲ \end{cases}$$

۱۴- اگر f, g توابع مشتق پذیر باشند و $f(۲) = ۳, f'(۲) = ۵, g(۲) = ۸, g'(۲) = -۶$ باشند، مقادیر زیر را بدست آورید.

الف) $(f \cdot g)'(۲) =$

ب) $\left(\frac{f}{g}\right)'(۲) =$

مای درس
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۱۵- اگر $f'(۳) = ۳, g'(۳) = ۵$ باشند، مطلوبست:

الف) $(f + g)'(۳) =$

ب) $(۲f + ۳g)'(۳) =$

فصل چهارم : مشتق

۱۶- مشتق تابع های زیر را بدست آورید.

الف) $f(x) = -\frac{b}{a}x^c$

ب) $g(x) = x^c + 5x^c - \sqrt{bx^b} + 3x + 5$

پ) $h(x) = (bx^b + b)(-3x^b + bx + 1)$

ت) $t(x) = \frac{x^b - c}{3x + c}$

ث) $r(x) = \left(\frac{-cx}{x^b + bx}\right)^a$

ج) $m(x) = (x^b - x + b)^b(x^b - 1)^b$

چ) $n(x) = (\sqrt{x} + c)(x^c + cx)^c$

۱۷- مشتق دوم توابع زیر را بنویسید.

الف) $f(x) = 3x^c + cx^b + cx + a$

ب) $g(x) = (3x + c)^d$

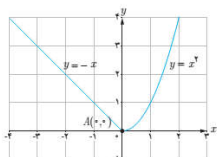
۱۸- اگر $f(x) = (x^b + 3x + 3)^d$ باشد، $f'(0)$ را پیدا کنید.

۱۹- اگر $f(x) = x^b + \sqrt{x} - b$ ، $g(x) = \sqrt{x} + 3$ باشد، مقدار مشتق تابع $f \circ g$ را در $x = 1$ بیابید.

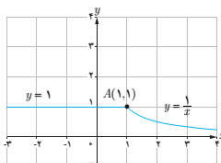
۲۰- اگر $f(x) = \frac{bx+1}{x-b}$ ، $g(x) = x^b - bx$ باشد، مقدار مشتق تابع $f \circ g$ را در $x = -1$ بیابید.

www.my-dars.ir

۲۱- با معادله مشتق راست و چپ توابع داده شده در نقطه A، نشان دهید که این توابع در نقطه A مشتق پذیر نیستند.



(الف)



(ب)

فصل چهارم : مشتق

۱۲- با توجه به ضابطه داده شده :

الف) نمودار f را رسم کنید.

ب) مشتق پذیری f را روی بازه های $(۲, ۵)$, $[-۱, ۱]$, $[۰, -۲]$ بررسی کنید.

$$f(x) = \begin{cases} ۲x + ۳, & x < -۱ \\ x^۲ - ۱, & -۱ \leq x < ۲ \\ x + ۵, & ۲ < x < ۵ \end{cases}$$

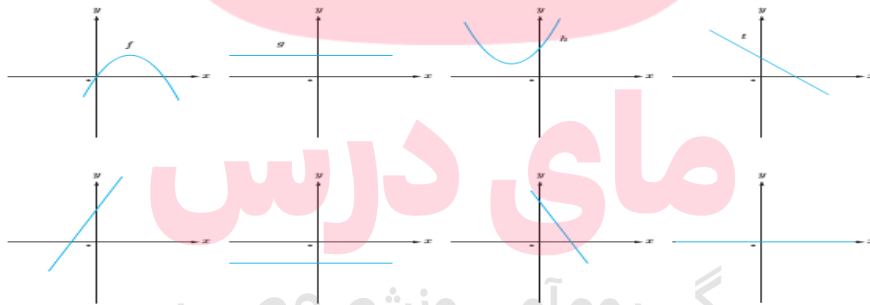
۱۳- با توجه به ضابطه داده شده :

الف) نمودار f را رسم کنید.

ب) مشتق پذیری f را روی بازه های $[-۲, -۳]$, $(-۱, -۳]$, $[۰, -۱]$, $[۲, ۰]$ بررسی کنید.

$$f(x) = \begin{cases} x + ۲, & x < -۱ \\ x^۲ + ۱, & x \geq -۱ \end{cases}$$

۱۴- با توجه به نمودار تابع های f, g, h, t مشخص کنید کدامیک از نمودارهای داده شده می توانند نمودار مشتق این توابع باشند؟



مای درس
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۱۵- معادله حرکتی متحرکی به صورت $f(t) = t^۲ - t + ۱$ بر حسب متر در بازه زمانی $[۰, ۵]$ داده شده است. در کدام لحظه

سرعت لحظه ای با سرعت متوسط در این بازه زمانی باهم برابرند.

فصل چهارم : مشتق

۱- اگر $f(x) = 2\sqrt{x} + 5$ بیانگر قد کودک در x ماهگی (بر حسب ساتی متر) باشد، آنگاه :
الف) آهنگ متوسط رشد یک کودک از تولد تا یک سالگی را بیابید.

ب) آهنگ تغییر لظه ای رشد کودک در سه سالگی چقدر است؟

۲- گنبايش ظرفی ۲۰۰۰ لیتر است و در لظه $t = 0$ سوراخی در ظرف ایجاد می شود. اگر حجم باقی مانده در ظرف پس از t ثانیه از رابطه
 $V = 2000(1 - \frac{t}{200})^2$ بدست آید:

الف) آهنگ تغییر متوسط حجم مایع در بازه زمانی $[0, 20]$ چقدر است؟

ب) در چه زمانی آهنگ تغییر لظه ای حجم برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[0, 20]$ می شود؟

۳- خودرویی در امتداد یک خط راست طبق معادله $d(t) = -2t^3 + 12t$ حرکت می کند.

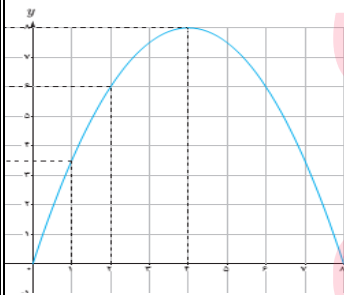
الف) سرعت لظه ای متحرک را در $t = 0, t = 1, t = 3, t = 5$ پیدا کنید.

ب) بگویید در هر کدام از لظه ها متحرک در جهت مثبت یا در جهت منفی محور حرکت می کند یا متحرک ساکن است؟

۴- نمودار روبرو موقعیت یک ذره را در لظه t نشان می دهد. سرعت متوسط را در بازه های زمانی زیر پیدا کنید.

الف) $t = 1, t = 4$

ب) $t = 2, t = 8$



www.my-dars.ir